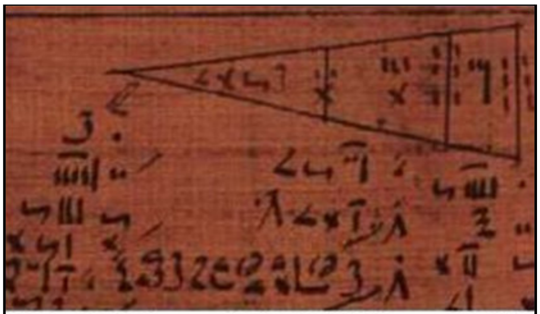
DM 03 (pour lundi 14 décembre 2015)

Rendre le devoir à temps				Effectuer des calculs avec des fractions				Résoudre une équation du 1er degré				Ecrire lisiblement et soigner sa copie				S'autoévaluer			
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

LES FRACTIONS EGYPTIENNES 2ème partie

Rédiger le DM sur une copie double et laisser le sujet à l'intérieur. Ne pas oublier de s'autoévaluer.

Les documents mathématiques de l'Egypte antique sont rares. Le papyrus Rhind, de la seconde période intermédiaire aurait été écrit par le scribe Ahmes. Son nom vient de l'Écossais Alexander Henry Rhind (1833-1863) qui l'acheta en 1858 à Louxor. Il aurait été découvert sur le site de la ville de Thèbes. Actuellement conservé au British Museum (Londres), il contient 87 problèmes résolus d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie et d'arpentage, sur plus de 5 m de longueur et 32 cm de large. Ahmes indique que son papyrus est, en partie, une copie de résultats plus anciens (vers 2 000 av. J.-C.) remontant aux Babyloniens.



Extrait du Papyrus Rhind (1650 avant J.-C.)

Définition (D1) – Fraction égyptienne

> Une fraction égyptienne est une fraction dont le numérateur est égal à 1.

Propriété (P1) - Décomposition

> N'importe quelle fraction peut se décomposer en une somme de fractions égyptiennes distinctes.

EXERCICE 1 Des calculs du papyrus Rhind

1. Calculer (donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible).

   $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$; $B = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$; $C = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$; $D = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$

2. Résoudre les équations suivantes (donner le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible).

   $\frac{2}{19} = \frac{1}{12} + x + \frac{1}{114}$; $\frac{2}{101} = \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{1}{303} + y$

EXERCICE 2 Des décompositions de fractions

On se propose de décomposer des fractions en somme de fractions égyptiennes distinctes.

1. Vérifier et terminer les calculs suivants pour obtenir **une somme de fractions égyptiennes distinctes**.

   $E = \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \ldots$; $F = \frac{5}{7} = \frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14} = \frac{7}{14} + \frac{2}{14} + \frac{1}{14} = \ldots$

2. Multiplier numérateur et dénominateur par 2 puis terminer le calcul comme précédemment pour obtenir **une somme de fractions égyptiennes distinctes**.

$G = \frac{4}{5}$; $H = \frac{6}{11}$; $I = \frac{5}{9}$

exercice 1 :

1. A. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2 \times \cancel{2}}{3 \times \cancel{2}} = \frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{4} + \frac{1}{28} = \frac{1 \times 7}{4 \times 7} + \frac{1}{28} = \frac{7}{28} + \frac{1}{28} = \frac{8}{28} = \frac{4 \times \cancel{2}}{14 \times \cancel{2}} = \frac{4}{14} = \frac{2 \times \cancel{2}}{7 \times \cancel{2}} = \frac{2}{7}$

C. $\frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{1 \times 3}{6 \times 3} + \frac{1}{18} = \frac{3}{18} + \frac{1}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2 \times \cancel{2}}{9 \times \cancel{2}} = \frac{2}{9}$

$D = \frac{1}{6} + \frac{1}{66} = \frac{1 \times 11}{6 \times 11} + \frac{1}{66} = \frac{11}{66} + \frac{1}{66} = \frac{12}{66} = \frac{2 \times 6}{11 \times 6} = \boxed{\frac{2}{11}}$

b) $\frac{2}{19} = \frac{1}{12} + x + \frac{1}{114}$

$\frac{2}{19} = \frac{1 \times 19}{12 \times 19} + x + \frac{1 \times 2}{114 \times 2}$

$\frac{2}{19} = \frac{19}{228} + x + \frac{2}{228}$

$\frac{2}{19} = \frac{21}{228} + x$

$\frac{2 \times 12}{19 \times 12} = \frac{21}{228} + x$

$\frac{24}{228} = \frac{21}{228} + x$

$\frac{24}{228} - \frac{21}{228} = x$

$x = \frac{3}{228}$

$x = \frac{1 \times \cancel{3}}{76 \times \cancel{3}} = \boxed{\frac{1}{76}}$

La solution de l'équation est : $\boxed{\frac{1}{76}}$

$$\frac{2}{101} = \frac{1}{101} + \frac{1}{202} + \frac{3}{303} + y$$

$$\frac{2}{101} - \left(\frac{1}{101}\right) - \left(\frac{1}{202}\right) - \left(\frac{3}{303}\right) = \cancel{\frac{1}{101}} + \cancel{\frac{1}{202}} + \cancel{\frac{3}{303}} + y - \cancel{\left(\frac{1}{101}\right)} - \cancel{\left(\frac{1}{202}\right)} - \cancel{\left(\frac{3}{303}\right)}$$

$$\frac{2\times6}{101\times6} - \left(\frac{1\times6}{101\times6}\right) - \left(\frac{1\times3}{202\times3}\right) - \left(\frac{1\times2}{303\times2}\right) = y$$

$$\frac{12}{606} - \left(\frac{6}{606}\right) - \left(\frac{3}{606}\right) - \left(\frac{2}{606}\right) = y$$

$$\boxed{\frac{1}{606} = y}$$

Exercice 2 :

1) $E = \frac{3}{5} = \frac{3\times2}{5\times2} = \frac{6}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1\times5}{2\times5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$

$F = \frac{5}{7} = \frac{5\times2}{7\times2} = \frac{10}{14} = \frac{7}{14} + \frac{2}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1\times7}{2\times7} + \frac{1\times2}{7\times2} + \frac{1}{14} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}$

2) $G = \frac{4}{5} = \frac{4\times2}{5\times2} = \frac{8}{10} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5\times1}{5\times2} + \frac{2\times1}{2\times5} + \frac{1}{10}$

$H = \frac{6}{11} = \frac{6\times2}{11\times2} = \frac{11}{22} + \frac{1}{22} = \frac{11\times1}{11\times2} + \frac{1}{22} = \frac{1}{2} + \frac{1}{22}$

$I = \frac{5}{9} = \frac{5\times2}{9\times2} = \frac{10}{18} = \frac{9}{18} + \frac{1}{18} = \frac{9\times1}{9\times2} + \frac{1}{18} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$